

Nouvelles d'une taupe modèle

Par Kylie Ravera

L'Institut Intergalactique est le temple de l'excellence où exerce le redouté professeur Phi. Kylie Ravera nous raconte leurs aventures.

Au Café Le Galois

Il est un lieu bien particulier à l'Institut Intergalactique où chaque étudiant peut venir se ressourcer en compagnie d'un arabica, d'un moccacino ou d'un double expresso : la cafeteria de l'établissement. Un distributeur automatique y déverse en permanence de quoi remettre d'aplomb les neurones fatigués des préparationnaires. Quelques tables et quelques chaises finissent de donner une petite touche conviviale à cet espace de détente. Epsilon décide de s'y rendre pour siroter un café tout en feuilletant sa revue scientifique préférée. Mais cette douce perspective paraît s'éloigner quand, en pénétrant dans la salle, elle avise la porte du distributeur grande ouverte et l'employé chargé de l'approvisionnement qui semble de fort mauvaise humeur.

— Un problème ?, demande-t-elle.

L'employé désigne un chariot où s'entassent quelques paquets de café en grain.

— Je viens de recevoir un appel de notre fournisseur, grogne-t-il. Apparemment, ils se seraient trompés d'emballage pour l'un de ces paquets : j'avais commandé sept paquets de grains de la planète Lava ZZA, les seules qu'acceptent notre distributeur, et ils m'ont envoyé un paquet de Maxou LL. Mais comme le conditionnement est le même, impossible de savoir quel est l'intrus. Je vais être obligé de tous les renvoyer. Ce qui signifie : pas de café aujourd'hui.

Une lueur d'alarme s'allume aussitôt dans le regard d'Epsilon.

— Il n’y a vraiment aucun moyen de différencier des grains de Lava ZZA et de Maxou LL ?

— Regardez par vous-même.

Epsilon se penche sur le chariot : l’employé a ouvert les sept paquets et tous semblent effectivement contenir les mêmes graines – noires et parfaitement sphériques (le calibrage imposé par la vieille Union Européenne est passé par là).

— Pourtant, reprend Epsilon, il doit bien y avoir une différence si le distributeur sait reconnaître les grains qui lui conviennent.

— Les grains de Maxou LL pèsent exactement cinquante-et-un milligrammes et ceux de Lava ZZA cinquante, reconnaît l’employé. Mais je suis bien incapable de sentir une différence aussi petite en soupesant les grains ou même les paquets un par un.

— Ne bougez pas, s’exclame alors Epsilon avant de quitter la cafétéria au pas de course.

Elle revient quelques instants plus tard avec une balance de précision empruntée à la classe de chimie.

— Voilà, lance-t-elle à bout de souffle, avec ça, on devrait réussir à trouver l’intrus.

— Quelle motivation, s’exclame l’employé. Il ne me reste plus qu’à peser un grain de chaque paquet, à charger la machine avec du Lava ZZA et vous allez pouvoir déguster votre café.

— En fait, souffle Epsilon, je pense même qu’on peut se contenter d’une seule pesée.

Et vous, cher lecteur, sauriez-vous repérer le paquet de Maxou LL au moyen d’une unique pesée ?

Mais avant qu’Epsilon n’ait eu le temps d’expliquer sa méthode à l’employé, le portable de ce dernier se met à vibrer. Lorsqu’il raccroche, sa mauvaise humeur est de retour.

— Ce fournisseur est décidément incompetent, gronde-t-il. Il pourrait en fait y avoir plus d’un paquet rempli de grains de Maxou LL. Et le fournisseur est incapable de me dire combien. On ne va pas échapper aux sept pesées.

Le regard d'Epsilon tombe alors sur la couverture de la revue qu'elle a amenée et qui est consacrée à un antique mathématicien de la vieille Terre : Evariste Galois. Elle sourit.

— Même si, dans ce cas, effectuer sept pesées reste le plus pratique, on pourrait théoriquement se contenter d'une seule pesée pour trouver quels paquets ne doivent pas être chargés dans le distributeur.

Et vous, cher lecteur, comment feriez-vous ?

Solution

Si un seul des paquets contient des grains qui pèsent 1 mg de trop, il suffit de sélectionner un grain du 1er paquet, deux grains du 2ème, et ainsi de suite jusqu'au 7ème dont on prend sept grains et de peser le tout. En calculant la différence avec le poids que l'on obtient réellement, il est facile de voir quel paquet est l'intrus : si l'on trouve n mg, il s'agira tout simplement du n ème paquet.

Cette technique ne fonctionne plus si le nombre de mauvais paquets est inconnu. Par exemple, une différence de 3 mg peut signifier que le paquet 3 est un intrus mais aussi que les paquets 1 et 2 le sont. Une façon de faire consiste à prendre 1 grain du 1er paquet, 2 du 2nd, et 2^{n-1} du n ème. La différence entre le poids réel et le poids théorique détermine dans ce cas de façon unique les paquets à écarter : si cette différence est de 35 mg, par exemple, la décomposition unique de 35 en sommes de puissance de 2 ($35 = 2^0 + 2^1 + 2^5$) désigne les paquets 1, 2 et 6.

On conçoit cependant qu'il est plus fastidieux de venir sélectionner

$\sum_{i=0}^6 2^i = 2^7 - 1 = 127$ grains pour effectuer une pesée que d'en faire 7... Cela est toutefois

mathématiquement plus élégant ! De façon encore plus élégante, l'écriture binaire de 35 sur 7 bits donne 11000100. La place des 1 indique les mauvais paquets. Et voilà comment CG(2) a inspiré Epsilon...